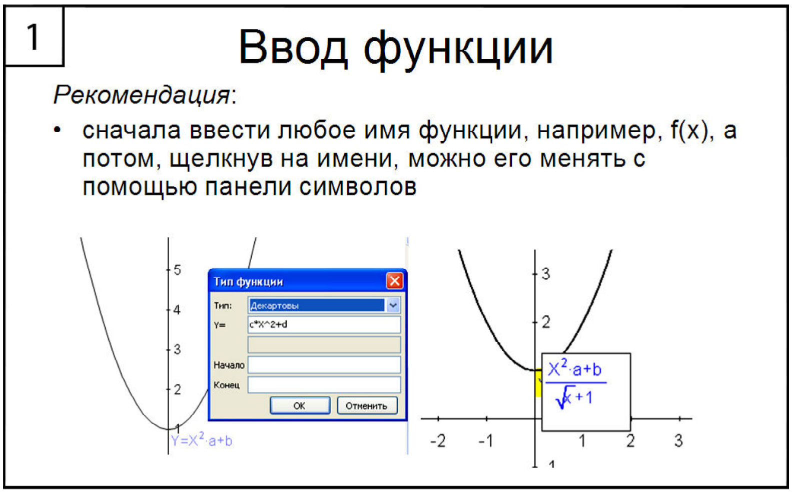
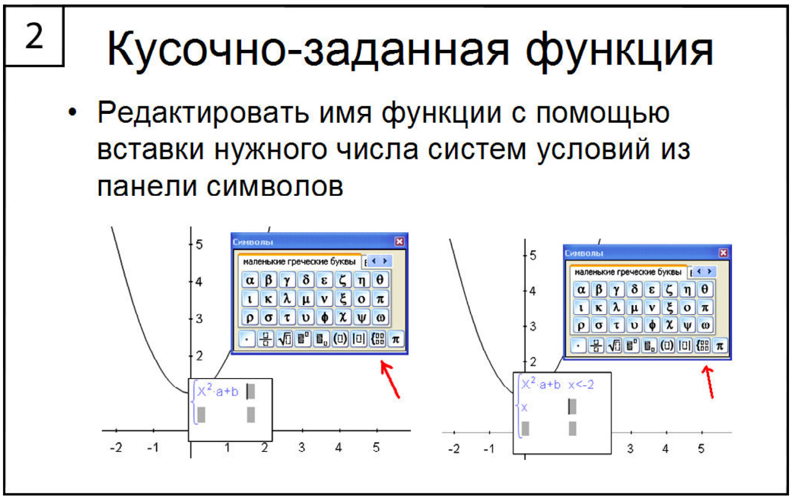
Поздняков Сергей Николаевич

СРЕДА «GEOMETRY EXPRESSIONS» – РАБОТА С ФУНКЦИЯМИ

Продолжаем публикацию материалов по программе Geometry Expressions. В этом выпуске журнала мы знакомим читателей с возможностями программы для работы с функциями (хотя по названию программа GE как бы привязана к изучению геометрии). Основная особенность программы – возможность аналитического описания графических объектов (то есть задание их различными формулами). Первые два кадра представляемой презентации показывают, как вводятся конкретные функции, в том числе кусочные.



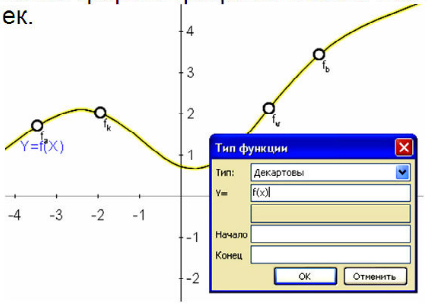


Третий кадр является примером задачи, когда ученикам предлагается подобрать параметры так, чтобы заданная кусочная функция стала непрерывной. На четвертом кадре показана возможность ограничивать область определения функции (к сожалению, в использованной версии программы при задании такой функции нужно было использовать шаблон кусочной функции и вводить лишнюю вторую строку, которая не несёт новой информации). Пятый кадр демонстрирует возможность работы с так называемой произвольной функцией, график которой можно менять перетягиванием мышкой за опорные точки (реально это функция с несколькими параметрами, создающая видимость произвольной функции, аналогично тому, какую учитель рисует на доске, сопровождая словами «возьмём произвольную функцию»). Кадры 6–9 показывают как можно использовать программу для обучения таким общим понятиям, как монотонность, экстремум и прочее. Оказывается, что заложенное в программе описание функций позволяет использовать формальные определения как операции над графическими объектами (для выделения данных особенностей на графиках функций).

5

«Произвольная» функция

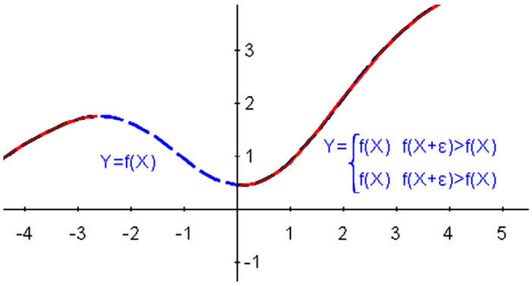
- В окно ввода фунции ввести имя функции, например, f(x) или g(x) и т.д. Если щелкнуть на график (выделить его), а потом потянуть за любое место, появится точка для изменения формы графика. Можно поставить до 5 таких точек.



6

Определения свойств функции

- Возрастание, убывание, неотрицательность, максимумы и минимумы, корни и пр. Используем возможность условного задания функции. Вместо задачи «дать определение» даём задачу «сконструировать определение и проверить экспериментально его корректность»



7

Пример определения максимума

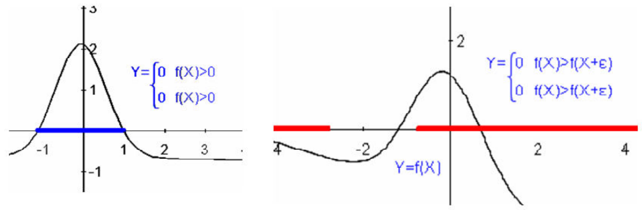
f(x)>f(x+ε) AND f(x)>f(x–ε)

(нарисовать график вблизи максимума)

Аналогично для минимума:

8

Области неотрицательности, возрастания и пр.



9

Комбинированные задачи (функции и предикаты)

Задача 1. Отметить часть графика, где функция неотрицательна и возрастает.

Задача 2. Отметить часть графика, которая лежит в третьей четверти.

Задача 3. Отметить части графика, которые пересекают ось абсцисс, убывая.

Задача 4. Изобразить на оси абсцисс множество значений аргумента, удовлетворяющих неравенству f(x)>g(x)

Задача 5. Работа со сложными функциями: выражение через signum кусочных функций:

- положительная часть функции

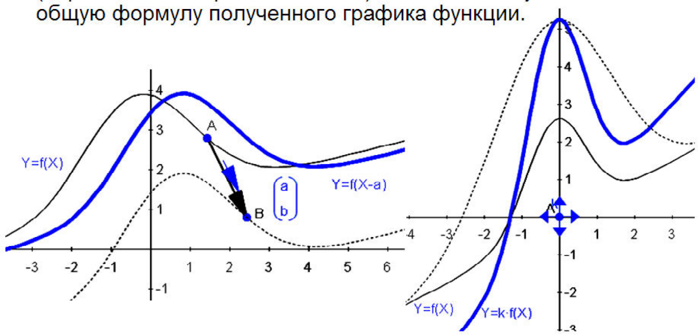
- функция, равная 1 на отрезке [-1;1] и 0 в остальных точках (импульсная функция)

10

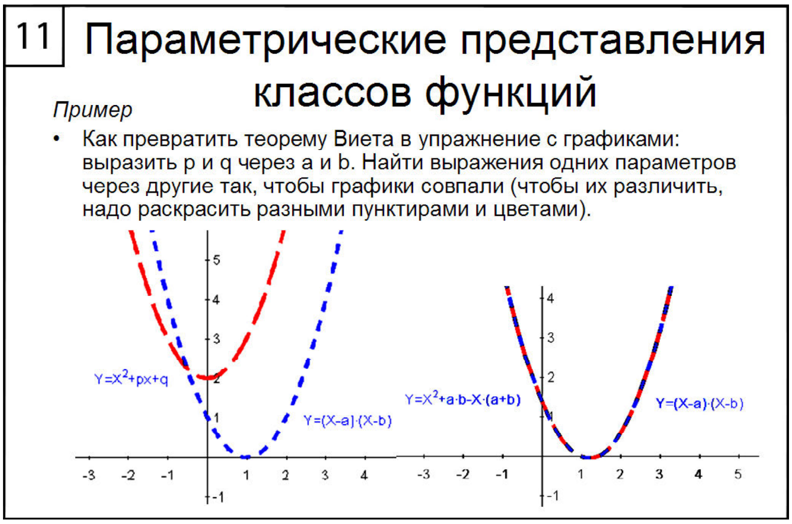
Преобразования графиков

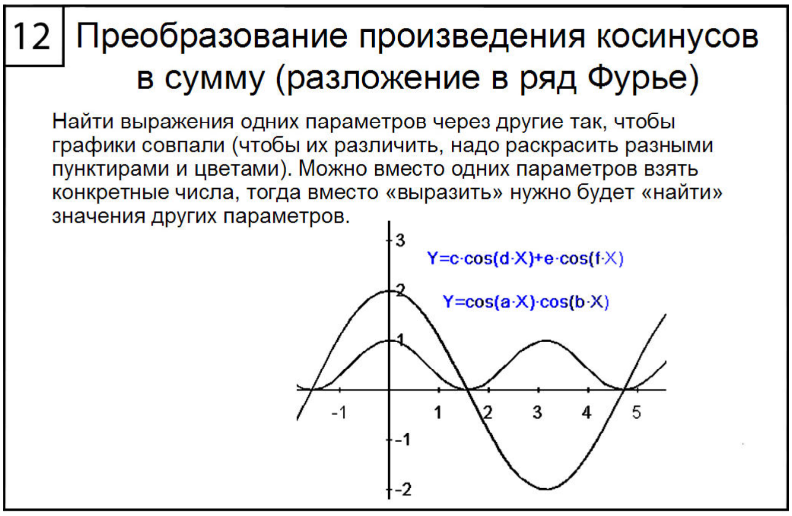
Один из типов заданий

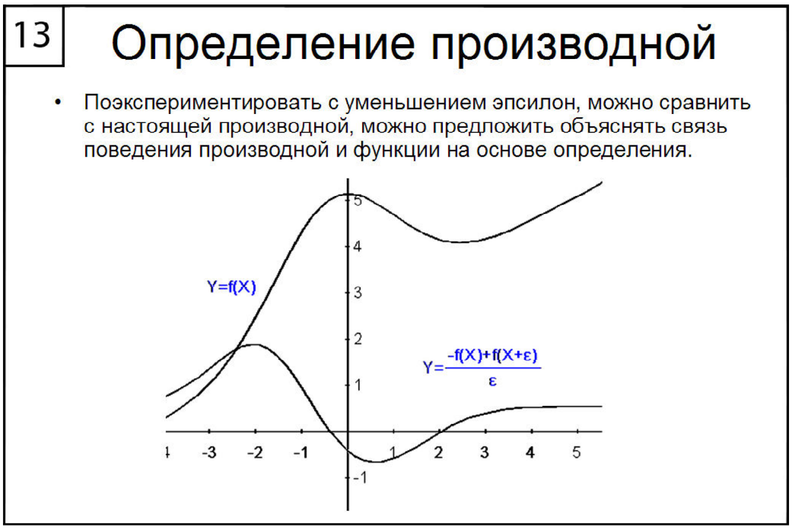
- График преобразуется с помощью заданного преобразования (перенос, симметрия, гомотетия). После этого нужно найти общую формулу полученного графика функции.



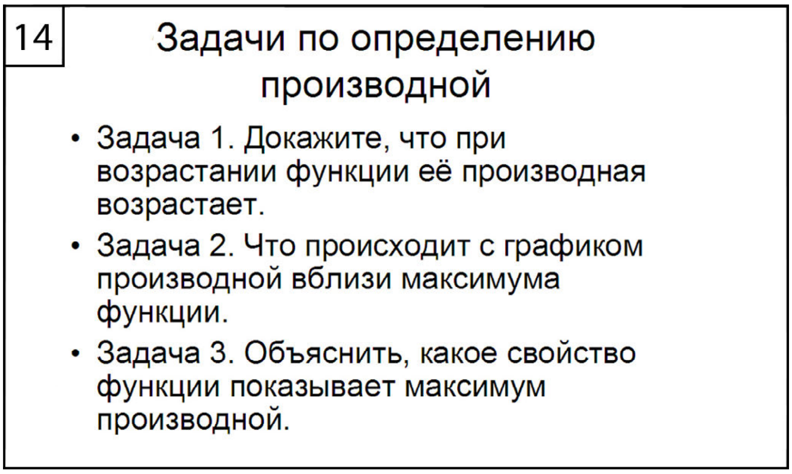
Кадры 10–12 демонстрируют различные виды конструктивных задач, являющихся динамическими аналогами задач в традиционной постановке на работу с графиками функций.

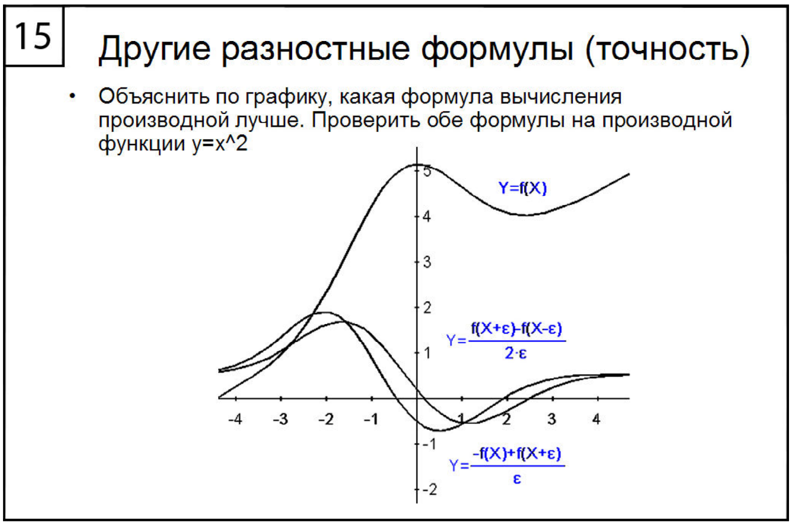


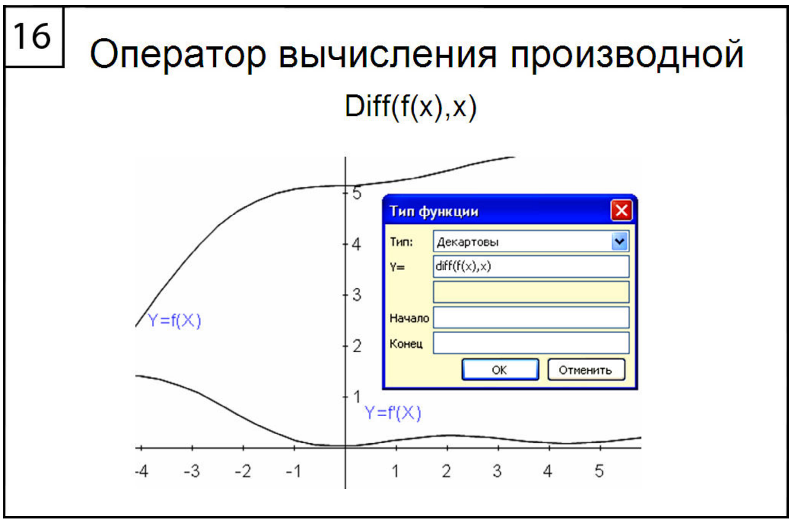




Кадры 13–16 посвящены введению производной. Следует обратить внимание на то, что мы можем интерпретировать отношение приращения функции к приращению аргумента произвольной функции как функцию и сравнивать её график с графиком производной, для которой в программе есть специальный оператор её вычисления.





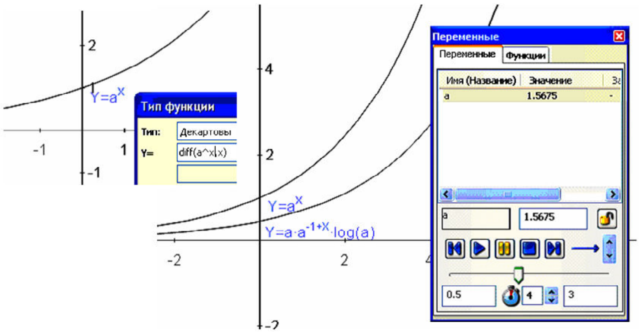


Кадры 17–21 постепенно вводят понятия дифференциального уравнения (обобщая, в том числе, и понятие числа e).

17

Что такое число e?

- Найти такое значение основание, при котором дифференцирование показательной функции не изменит её.



18

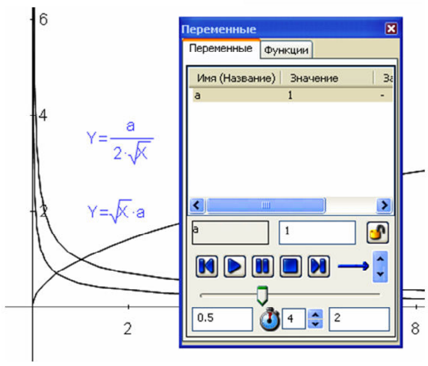
Исследование на таблице производных (введение в дифференциальные уравнения)

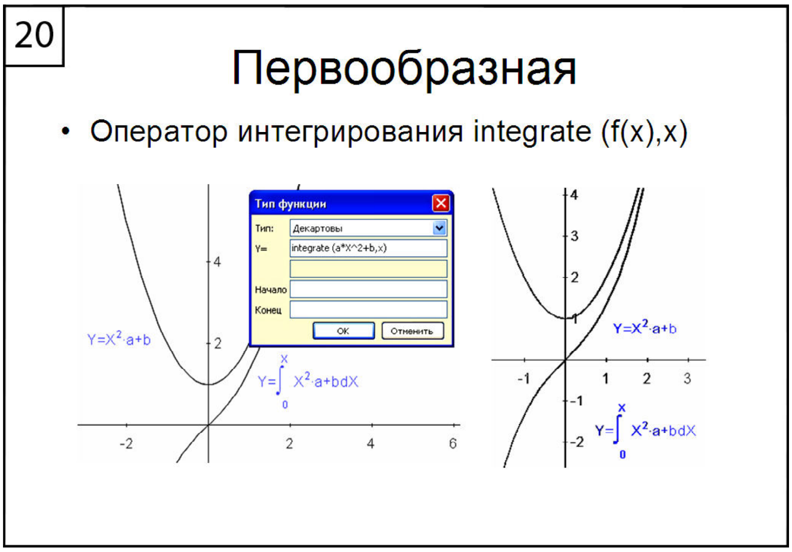
- Задача 1. Найдите показательную функцию, которая удовлетворяет дифференциальному уравнению $y' = 2y$
- Задача 2. Найдите показательную функцию, которая удовлетворяет дифференциальному уравнению $y' = -y$
- Задача 3. Найдите степенную функцию, которая удовлетворяет дифференциальному уравнению $y' = y^2$
- Задача 4. Найдите степенную функцию, которая удовлетворяет дифференциальному уравнению $y' = \dfrac{1}{y}$

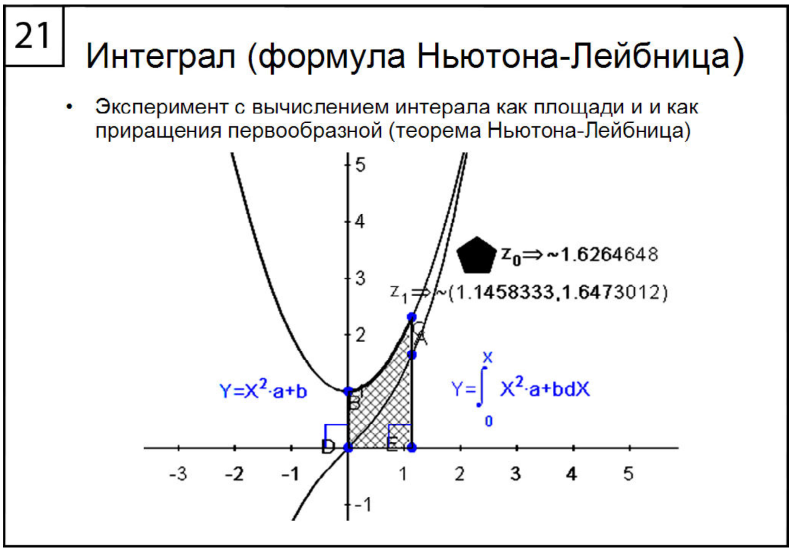
19

Решение задачи 4

- Можно попробовать искать на множестве с двумя параметрами, рассматривая функции y=a*x^b







Поздняков Сергей Николаевич,
доктор педагогических наук,
профессор кафедры ВМ-2
СПбГЭТУ «ЛЭТИ».